

Ifj. Zátonyi Sándor:

A síktükör trükkös képalkotása

A 65. Országos Fizikatanári Ankéton 1. díjat nyert műhelyfoglalkozás anyaga alapján

Kivonat

A síktükör képalkotásáról általában a következőket tanítjuk: *A síktükörben látott kép mindig látszólagos, a tárggyal megegyező állású, a tárggyal egyenlő nagyságú. A képtávolság ugyanakkora, mint a tárgytávolság.* A tanórákon az irányításváltással kapcsolatosan többnyire csak a tükrírást szokás megemlíteni, további elemzésre a tankönyvek általában nem vállalkoznak, sőt néhány könyv hibás állításokat fogalmaz meg ezzel kapcsolatban.

A műhelyfoglalkozáson először egyszerű, akár tanulókísérletként is elvégezhető kísérletekkel megvizsgáltuk, hogy mit jelent az irányításváltás, és milyen gyakorlati vonatkozásai vannak mindennek! Ezután a kép nagyságával kapcsolatban tisztáztunk egy gyakran felmerülő félreértést, továbbá megoldottunk egy ehhez kapcsolódó feladatot. Végül olyan esetekkel is foglalkoztunk, amelyeknél a kép több tükrön történő visszaverődés után jön létre.

A síktükör képalkotása

A síktükör (optikai) képalkotásával kapcsolatban kísérleti úton és levezetéssel is belátható:

- A tárgypontot és a képpontot összekötő egyenes merőleges a tükröre.
- A tárgy(pont) és a kép(pont) ugyanakkora távolságra van a tükrőtől.

Emiatt a tárgy síktükörben keletkező képe egybeesik a tárgynak a tükör síkjára vonatkozó geometriai tükröképével. A síktükör képalkotása így matematikailag (geometriailag) is leírható.

A síkra vonatkozó tükrözés legfontosabb tulajdonságai:

- *Egyenestartó:* Egy egyenes tükröképe is egyenes.
- *Szögtartó:* Egy szög tükröképe ugyanakkora, mint az eredeti szög.
- *Távolságtartó:* Egy szakasz tükröképe ugyanakkora, mint az eredeti szakasz.
- *Irányításváltó:* Egy térbeli vektorrendszer képe ellentétes sodrású, mint az eredeti vektorrendszer. ([Jobbsodrású vektorrendszer](#) ↔ [balsodrású vektorrendszer](#).)

A továbbiakban az *irányításváltást* vizsgáltuk. Előtte azonban a műhelyfoglalkozáson résztvevők ekkor egy három kérdésből álló „dolgozatot” írtak. (Ezt természetesen nem szedtem be.) A „dolgozat” mindhárom kérdése egy-egy fényképhez kapcsolódott, a kérdés azonban mindegyik esetben ugyanaz volt: „*Mely irányokat cseréli fel a síktükör?*”



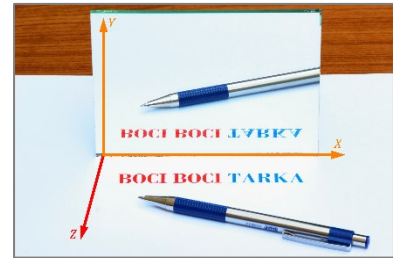
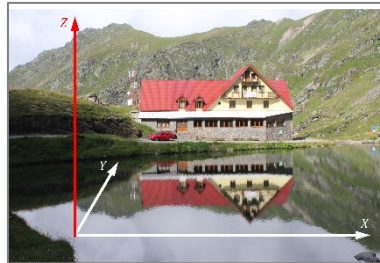
Ezt követően három önkéntes résztvevőt kértem egy „élő” kísérlethez. Kiindulásként mindhárman a hallgatósággal szemben álltak, de a két szélsőt megkértem, hogy fordítsanak hátat a közepsőnek. A négy „feladat” az alábbi utasítások végrehajtása volt:

- Mutass jobbra!
- Mutass balra!
- Mutass előre!
- Mutass felfelé!

Természetesen az első három feladatban mindhárman különféle irányokat mutattak, csak a 4. feladatban mutattak mindhárman a mennyezet felé. Ez azonban csak látszólagos siker, mert a Föld különböző helyein más irányokba (más csillagok felé) mutattak volna. A kísérletben az okozta a „problémát”, hogy mindhárman más-más (a saját pozíciójukhoz kötött) vonatkoztatási rendszert használtak. Ahogy a fizika más területein, *a síktükör képalkotásának vizsgálatakor is célszerű egy megállapodás szerinti vonatkoztatási rendszert, illetve ehhez rögzített koordináta-rendszert használni.*

Ebből kiindulva minden résztvevő a kapott (12 cm × 8 cm méretű) tükörrel és vasszeggel „tanulókísérletként” elvégzett egy kísérletsorozatot. Először a megállapodás szerinti XY síkban elhelyezett tükör elé elhelyezték (tárgyként) a szeget úgy, hogy a szeg párhuzamos legyen az X tengellyel, és hegye az $+X$ irányba mutasson, majd megfigyelték, hogy milyen irányba mutat a szeg tükörképe. Megállapították, hogy a szeg tükörképe ugyancsak $+X$ irányú. Hasonló kísérlettel igazolhatták azt is, hogy a $+Y$ irányba mutató szeg tükörképe szintén $+Y$ irányú. Ha azonban a szeg a tükörrre merőleges $+Z$ irányba mutat, akkor a szeg tükörképe $-Z$ irányú lesz. (Ehhez hasonlóan a $-Z$ irányba mutató szeg tükörképe $+Z$ irányú lesz.) Eszerint a síkra vonatkozó tükrözés a tükörrre merőleges irányokat cseréli fel.

Az előbbi kísérleteket az XZ , illetve az YZ síkban elhelyezett tükörrel elvégezve hasonló eredmények adódnak: Képzalkotáskor **a síktükör a tükörre merőleges irányokat felcseréli, a tükörrel párhuzamosokat megtartja**. Ennek ismeretében újra megnéztük és elemeztük a „dolgozat” írásakor látott fényképeket.



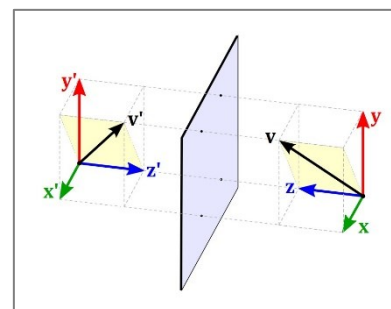
A síktükör a tükörre merőleges irányokat felcseréli:

- A hölgy $-Z$ irányba néz a tükörképe $+Z$ irányba.
- A házfal $\rightarrow$ tető $\rightarrow$ égbolt: $+Z$ irány, a tükörképük: $-Z$ irány
- Az irányváltás jól látható a TARKA szó betűinél. (A piros szöveg betűi tükrözve ugyanolyanok, mint eredetileg, így nem feltűnő a tükrözésük.)

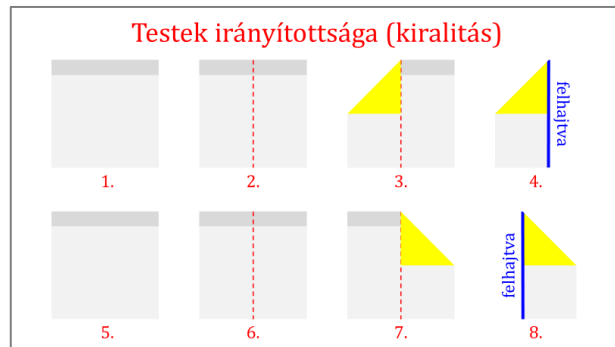
A síktükör a tükörrel párhuzamos irányokat megtartja:

- A hölgy bal vállától a jobb válla $+X$ irányban van, a bal váll tükörképétől a jobb váll tükörképe szintén $+X$ irányban van. Nem változnak meg az Y tengellyel párhuzamos (fent–lent) irányok sem.
- A piros autótól a tábla $+X$ irányban van, az autó tükörképétől a tábla tükörképe szintén $+X$ irányban van. Az Y tengellyel párhuzamos előtte–mögötte irányok sem változnak meg, pl. az autótól a ház $+Y$ irányban van, és az autó tükörképétől a ház tükörképe szintén $+Y$ irányban van.
- A piros szavaktól a kék szöveg $+X$ irányban van, a tükörképeik sorrendje ugyanolyan. Nem változnak meg az Y tengellyel párhuzamos (fent–lent) irányok sem.

Ezt követően rajzok segítségével megvizsgáltuk, hogy milyen irányú kép keletkezik egy „ferde” helyzetű vektorról. Ehhez a vektort felbontottuk három, egymásra merőleges komponensre úgy, hogy az egyik komponens (most a z) merőleges legyen a tükörre! Az összetevők tükörképe az előzőek szerint meghatározható: x és y nem változik, a z' ellentétes lesz z -vel. Az x' , y' és z' vektori összege adja meg a v' vektort.

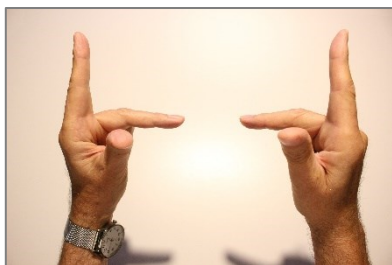


A testek irányítottságának vizsgálatához minden résztvevő két öntapadós címkéből két egybevágó testet hajtogatott. (A rajzon a sötétszürke csík az öntapadós ragasztót jelzi.) Mindenki meggyőződhetett róla, hogy bár a két test egybevágó, de mozgatással (deformáció nélkül) nem hozhatók fedésbe egymással. Az ilyen egybevágó, de ellentétes irányítottságú testek egymás királis párjai. (Kiralitás = kezesség.)

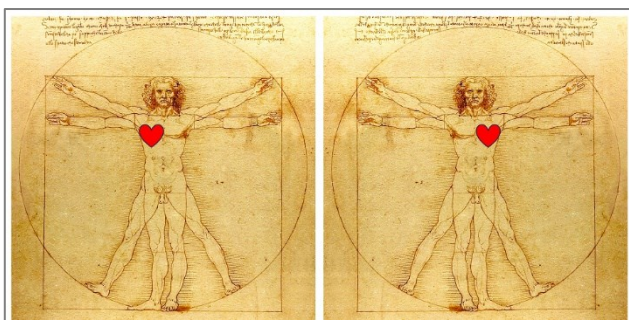


Ha az ellentétes irányítottságú, egybevágó testek egyikét egy tükör elé tesszük, akkor a másik elhelyezhető úgy, hogy egybeessen az első test (tárgy) tükörképével. A tükör eltávolítása közben megfigyelhető, hogy az első test tükörképe és a második test valóban fedik egymást. Mindez azt igazolja, hogy *a síktükör által alkotott kép a tárggyal megegyező nagyságú, de azzal ellentétes irányítottságú*. A műhelyfoglalkozáson ezt a kísérletről készült videóval is bemutattam. (*A tükörkép irányítottsága (1.)* és *A tükörkép irányítottsága (2.)* című videók a <https://www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm6.html> címen érhetők el.)

Ezt követően fényképek alapján megvizsgáltunk néhány olyan „testet”, amelyeknél a térbeli irányítottságnak szerepe van. Két kezünk ellentétes irányítottságú. Innen származik a görög eredetű *kiralitás* szó is, melynek jelentése kezesség. Emiatt használhatjuk kezeinket egy térbeli vektorrendszer irányítottságának vizsgálatához is. A balkezesek számára balkezes ollót (bal oldalon) is gyártanak. A műhely résztvevői kézbe is vehették ezt a két ollót. A bal és jobb lábunk is ellentétes irányítottságú. A lábbelik is kétfélék, fordított helyzetben nem illeszkednek a lábra. („Kacsaláb”, ha a gyerek mégis fordítva húzza fel őket.)

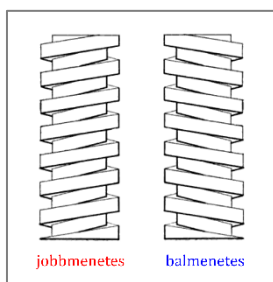


Az emberi test és a tükörképe látszólag megegyezik egymással. *Leonardo* közismert rajzán is egy (a lábak helyzetétől eltekintve) tükörszimmetrikus férfiak látható. (Kép a következő oldalon.) A szív, gyomor, máj és a bélrendszer elhelyezkedése miatt azonban az emberi test és tükörképe mozgatással valójában nem hozható fedésbe egymással. (Gondolatban sem!)



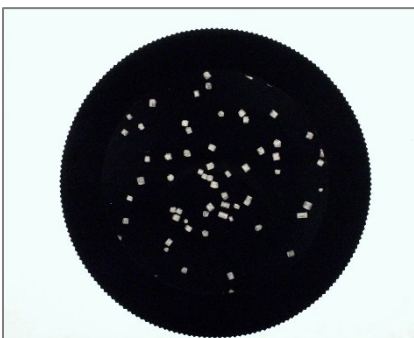
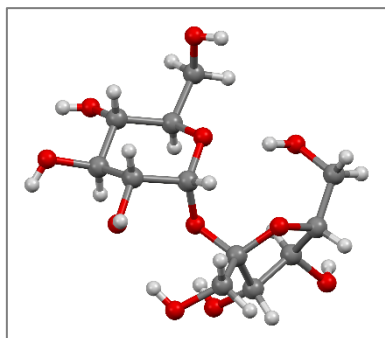
Egyes élőlényeknél a térbeli irányítottság már kívülről is megfigyelhető. Ezzel kapcsolatos érdekes tény, hogy a csigák döntő többsége „jobbkezes”.

A balkezesek és jobbkezesek számára gyártott dugóhúzók ellentétes irányba csavarodnak, és ellentétes irányú forgatással lehet őket becsavarni a dugóba. A lenti képen egy balkezes és egy jobbkezes dugóhúzó látható. A kétféle dugóhúzót körbeadva a résztvevők közelről is megvizsgálhatták az ellentétes irányba csavarodó meneteket.



A csavarmentek irányítottsága is kétféle lehet. A csavarok többsége jobbmenetes, de speciális célokra balmenetes csavarokat is használunk. (Például a kilazulás megelőzésére a kerékpárpedáloknál, vagy a vágó- és köszörűtárcsáknál.) A fényképen is látható (és a műhelyen körbeadott) huzalfeszítőben egy jobb- és egy balmenetes csavar található.

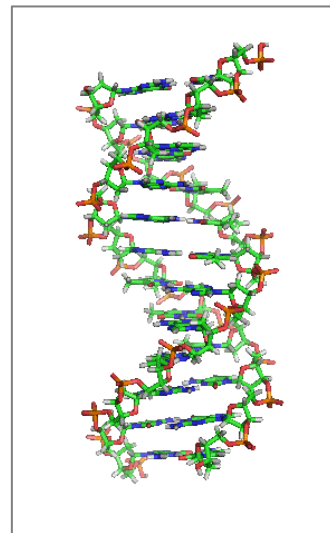
A cukormolekula és tükörképe ellentétes irányítottságú, de a tükörképnek megfelelő molekula nincs a természetben. Ennek egyik következménye, hogy a cukorkristály és a cukoroldat *optikailag aktív*. (Az optikai aktivitásról további információ a fizikakonyv.hu honlapon, *A fénypolarizáció* című leckében található.)



Egyes *illatanyagok* molekuláinak kétféle irányítottságú változata van, ezek illata eltérő. Például a *limonén* kétféle molekulája citrom–fenyőgyanta, a *karvon* kétféle változata pedig menta–kömény illatú.

Egyes *gyógyszermolekulák* is kétféle irányítottságúak lehetnek. Ezek közül gyakran csak az egyiknek van gyógyhatása. A másik változat néha feleslegesen terheli a szervezetet, vagy kifejezetten káros, toxikus hatása is lehet. (Például a *cetirizin*, illetve az *ibuprofén* kétféle molekulái közül csak az egyiknek van gyógyhatása.)

Az aminosavaknak és a *DNS molekulának* csak egy-egy változata van a természetben, Tükörképük nem fordul elő. (A képen a DNS molekula részlete látható.)

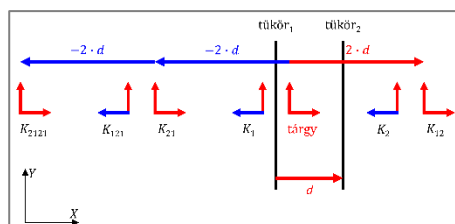


A műhelyfoglalkozáson ezt követően a síktükörben keletkező kép nagyságával kapcsolatban tisztáztunk egy gyakran felmerülő félreértést, mely szerint a tárgy és a síktükörben látható kép nem azonos nagyságú. Ennek a félreértésnek az az oka, hogy a *tárggyal megegyező nagyságú kép* mindig messzebb van a megfigyelőtől, mint a tárgy, ezért *a kép valóban kisebb látószögben látszik*. (Hasonlat: A magasan szálló repülőgép mérete sem változott meg felszállás közben, csak kisebbnek látszik.)

Ehhez kapcsolódóan megoldottunk egy feladatot is: *Milyen messze kell állnunk a tükörtől, hogy a kinyújtott kezünkben tartott ceruza képét feleakkorának lássuk?* (A megoldás megtalálható a https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0056.html címen, a műhelyfoglalkozáshoz készült *PowerPoint* bemutatóban.)

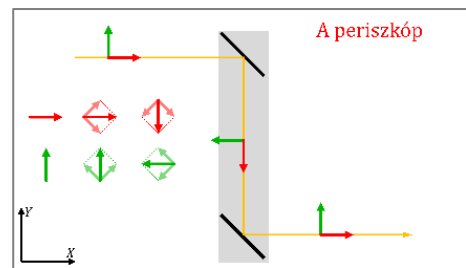
Tükörképek több tükörben

A vasúti kocsik fülkéiben gyakran vannak egymással szemben elhelyezett, *párhuzamos tükrök*. Ezekben a többszörös tükröződések miatt egy tárgyról sok-sok kép keletkezik. A képek irányítottsága váltakozva ellentétes egymással. A műhelyfoglalkozáson használt *PowerPoint* bemutató segítségével megállapítottuk, hogy ha a tükrök d távolságra vannak egymástól, akkor a tárggyal azonos irányítottságú képek $2 \cdot d$ távolságra vannak egymástól, továbbá ugyanekkora a távolság a tárggyal ellentétes irányítottságú képek közt is. Ezt követően a résztvevők



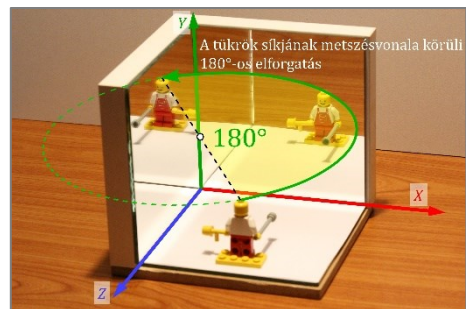
egy „tanulókísérlettel” is előállíthatták a két párhuzamos tükör által létrehozott képsorozatot. Ehhez az asztalra a tükröző oldalával felfelé egy tükröt fektettek, és egy-egy *LEGO Duplo* hasábot tettek rá. A hasábok közé, a tükröre tárgyként egy apró csavart állítottak. Ezután a hasábokra tükröző oldalával lefelé egy másik tükröt helyeztek. A két tükör között keletkező képeket közel függőleges irányból nézve látható volt a sok-sok kép, és megfigyelhető volt, hogy a tárgy (csavar) és a vele azonos irányítottságú képek egymástól mért távolsága kétszerese volt a tükrök d távolságának. A tárggyal ellentétes irányítottságú képek szintén ugyanekkora ($2 \cdot d$) távolságra voltak. (*LEGO* hasábok helyett használhatunk 2–3 cm vastag lécdarabokat is.)

Két párhuzamos tükör van a *periszkópban* is, ezek azonban 45° -ot zárnak be a megfigyelés irányával. A műhelyen használt *PowerPoint* bemutató segítségével megállapítottuk, hogy az X irányt megadó piros vektor (1. rajz) két összetevőre bontható (2. rajz). A felső tükör a merőleges összetevő irányát megváltoztatja (3. rajz), így a két tükör között ennek a vektornak a képe $-Y$ irányba (lefelé) mutat. Ehhez hasonlóan látható be, hogy az Y irányt megadó vektor képe a két tükör között $-X$ irányba (balra) mutat.



Ugyanígy igazolható, hogy a második tükör az eredeti irányba állítja vissza ezeket a vektorokat. (A Z irányt itt nem jelöltük be, mert az párhuzamos a tükrökkel, így a Z irányt egyik tükör sem módosítja.) Végző soron tehát a periszkóp nem módosítja az irányokat, csupán a látóirányt tolja el a két tükör távolságának megfelelő mértékben. (Egy tükrözés megváltoztatja az irányítottságot, a második szintén változtat, azaz visszaállítja az eredetit. Így tehát a két egymás utáni tükrözés nem változtatja meg az irányítottságot.)

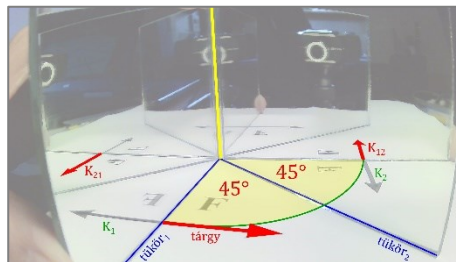
Ezt követően a két, *egymásra merőleges tükrőben keletkező képet* vizsgáltuk meg. A tárgyról először az XY síkban fekvő tükör alkot képet. Erről a képről az YZ síkban álló tükör hoz létre újabb képet. A tükrözések során először ellentétesre változnak a Z -vel párhuzamos irányok (szürke rúd a *LEGO* figura kezében), majd az X tengellyel párhuzamos irányok (sárga alkatrész a másik kézben). A két tükör metszésvonala Y , ebben az irányban nem történik változás, mert ez az irány mindkét tükrővel párhuzamos. Belátható, hogy a tárgy (gondolatban) egy 180° -os forgatással átvihető a két tükrözés utáni képbe.



A tárgy és a végső kép irányítottsága tehát megegyezik, mert van olyan mozgás, amely a tárgyat az adott képbe viszi át. (Egy tükrözés megváltoztatja az irányítottságot, a második szintén változtat, azaz visszaállítja az eredetit. Így végső soron a két egymás utáni tükrözés nem változtatja meg az irányítottságot.)

Két tükröt egy *LEGO Duplo* elem két merőleges lapjához szorítva, a kettős tükrőben megfigyelhetjük saját arcunkat. Bármelyik szemünket becsukva, a nyitott szemünket mindig a két tükrő metszésvonalában látjuk. Az irányítottság nem változik, így arcunk képe szokatlan az egyetlen tükrőben látható, szokásos tükörképhez képest. Ez jó érzékelhető, ha megpróbáljuk például a jobb fülünket megfogni.

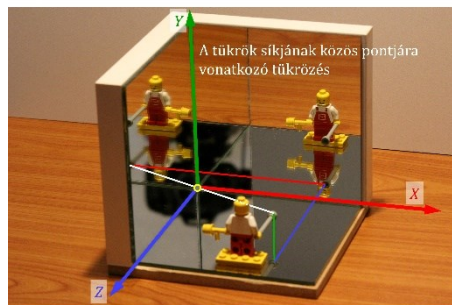
Egy fénykép elemzésével megvizsgáltuk az *egymással 45° -ot bezáró két tükrőn* történő visszaverődés után keletkező képet. A tárgy most a két tükrő közötti térrészben elhelyezkedő nyíl (és F betű) volt. A tárgyról az első tükrő által létrehozott képet K_1 jelöli. Ennek a második tükrő által létrehozott képét K_{12} -vel jelöltük. Mivel a tükrözések távolságtartók, a tárgyat jelölő nyíl kezdőpontja ugyanolyan távol van a két tükrő metszésvonalától, mint a K_{12} kezdőpontja, tehát a két kezdőpont ugyanazon a (metszésvonal körüli) köríven fekszik. Mivel a tükrözések szögtartók, ezért a két sárgával megjelölt szögtartomány ugyanakkora (45°). A tárgyat jelző nyíl kezdőpontját a két tükrözés tehát $2 \cdot 45^\circ$ -kal, azaz 90° -kal forgatta el. Hasonlóan belátható, hogy a tárgy bármely pontját tükrözve az első, majd a második tükrőre, a kapott képpont egy 90° -os elforgatással is megkapható. A tárgy két 45° -os szöget bezáró tükrőre történő tükrözése tehát megegyezik a tükrök metszésvonala körüli 2-szer 45° -os, azaz 90° -os elforgatással. Hasonlóan igazolható, hogy az α szöget bezáró tükrőkre történő tükrözés egyenértékű a tükrök metszésvonala körüli $2 \cdot \alpha$ szöggel történő elforgatással. (A merőleges tükrőknél korábban így adódott a 180° -os elforgatás.) Belátható, hogy ha a tárgyat először a második, majd az első tükrőre tükrözzük (K_2 és K_{21}), akkor ez $-2 \cdot \alpha$ szöggel történő elforgatással egyenértékű.



Az előző kísérletet szerettem volna 60° -ot bezáró tükrökkel „tanulókísérletként” megismételni, de időhiány miatt ez az ankéton elmaradt. Az előbbi két kísérlethez készített *A4 méretű nyomtatható sablon* (a tükrök helyzetével, továbbá a tárgyként szolgáló nyíllal és F betűvel) letölthető a https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0056.html címen található oldalról.

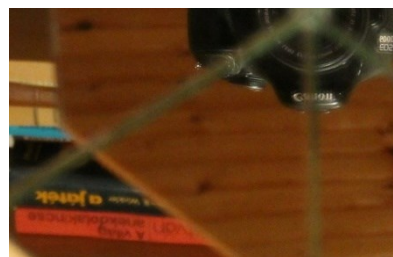
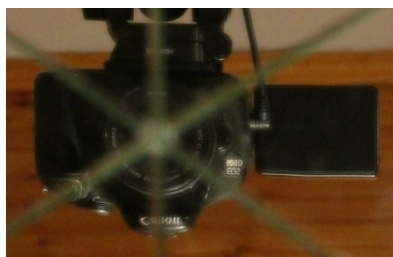
A 60° -os szöget bezáró két tükör továbbfejlesztett változatának tekinthető a *kaleidoszkóp*, amelyben három, egymással 60° -os szöget bezáró tükröt találhatók. A többszörös visszaverődés miatt a kaleidoszkópban sok-sok kép keletkezik. Az ankéton körbeadtam egy ilyen eszközt.

Végezetül a *három, egymásra merőleges tükörben keletkező képet* vizsgáltuk meg. Belátható, hogy az XZ , XY majd az YZ síkokban fekvő tükrökre vonatkozó tükrözés egyenértékű egy pontra vonatkozó tükrözéssel. A három tükrözés miatt mindhárom irány (X , Y és Z) ellentétesre változott, ezért az eredeti irányítottság ellentétesre váltott.



A három, egymásra merőleges, egymáshoz rögzített tükrökből álló eszközt sarokreflektornak nevezik. Láttuk, hogy a tükrözéskor ellentétesre változik a fénysugár irányát megadó vektor egyik (tükrökre merőleges) összetevője. Ezért, ha a sugár mindhárom lapról egyszer-egyszer verődik vissza, akkor mindhárom összetevő ellentétesre vált. A három lapról visszavert fénysugár iránya így ellentétes a beeső sugár irányával. Ezt kísérlettel is bemutattam: Különböző irányokból egy erős fényű zseblámpával megvilágítva a sarokreflektort, a sarokreflektor mindig a lámpa felé verte vissza a fényt.

A sarokreflektort lefényképezve a fényképezőgép lencsájének képe éppen a tükrök metszéspontjában látható. Ennek az az oka, hogy a sarokreflektor a fényképezőgép lencsájének a közepéről kiinduló fényt ugyanide veri vissza.



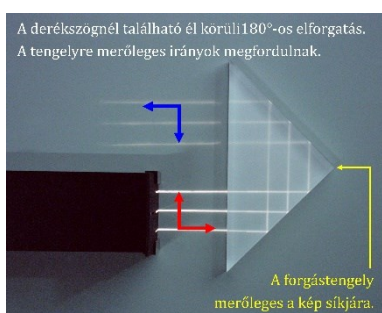
Mivel három visszaverődés történt, az eredeti irányítottság ellentétesre váltott. (Lásd a „Canon” feliratot tükrőírással.) Néhány helyen azonban nincs tükrőírás. Ezeken a helyeken a fény csak két tükrőről verődött vissza, ezért ott nem változott meg az irányítottság. (Az első tükrözés megváltoztatta, a második visszafordította.)

Ezt követően a sarokreflektor képalkotásáról készült videót nézhették meg a műhelyfoglalkozás résztvevői. (Elérhető a <https://www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm6.html> címen.) Végezetül két fényképet mutattam be radarhullámokhoz használt sarokreflektorokról (hajón és bóján). Ezek

felülete érdes, de kellően sima a radarhullámok hullámhosszához képest. Egy felület ugyanis simának tekinthető a tükrös (azaz nem diffúz) visszaverődés létrejöttéhez, ha az egyenletlenségek mérete jóval kisebb a hullámhossznál.

Kiegészítés

A műhelyfoglalkozás (időhiány miatt tervezetten) itt véget ért, de a hozzá készített *PowerPoint* bemutató még folytatódik. Ebben a részben olyan tükröződések szerepelnek, amelyeknél a visszaverődés *a teljes fényvisszaverődés* miatt jön létre. Erre a visszaverődésre is ugyanolyan törvények vonatkoznak, mint a síktükrökről történő visszaverődésre.



Elsőként a *képfordító prizma* (Porro-prizma) működése, és a prizmás távcsövekben történő alkalmazása kerül sorra. Ezt követi a *derékszögű hármasszöglet*, amelynek működése, képalkotása ugyanolyan, mint a sarokreflektoré. Végezetül a derékszögű hármasszöglet gyakorlati alkalmazásainak (a lézeres távmérőkhöz használt fényvisszaverők és a járműveken alkalmazott „macskaszemek”) ismertetésével zárul a bemutató.

KAPCSOLÓDÓ INTERNETES HONLAPOK:

https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0056.html

<https://www.fizikakonyv.hu/168.pdf>

<https://www.fizikakonyv.hu/170.pdf>